

# Über die Eleganz mathematischer Algorithmen

Peter Deuffhard

Zuse-Institut Berlin (ZIB), Freie Universität Berlin, *Matheon*

Nach Lehrbuch soll ein „effizienter“ Algorithmus die gewünschten Resultate schnell, genau, stabil und verlässlich berechnen. Offenbar fehlt hierbei etwas, was wir als *Eleganz* interpretieren könnten: *Einfachheit, ein kürzester Weg vom Problem zu dessen Lösung, Transparenz der zugrunde liegenden Theorie, eine ungewöhnliche algorithmische Idee.* Der Begriff wird an einigen Beispielen illustriert:

**Gauß'sches arithmetisch-geometrisches Mittel.** Die Berechnung elliptischer Integrale führt auf eine Iteration, die einfach zu programmieren ist und extrem schnell konvergiert.

**Mehrgittermethoden.** Die Lösung elliptischer Randwertprobleme führt auf riesige Gleichungssysteme, welche die Mathematik seit dem 19. Jahrhundert beschäftigt hat. Mehrgittermethoden haben hier einen enormen Fortschritt gebracht: sie zerlegen die Lösung in glatte und raue Anteile, die sich getrennt elegant reduzieren lassen.

**Affinvariante Newtonmethoden.** Diese Methodik realisiert, auf nichttriviale Weise, eine im Problem liegende Symmetrie. Sie führt zu theoretisch besonders transparenten Algorithmen, effizient speziell für hochnichtlineare Gleichungssysteme.

**Wavelets.** Signalreihen wurden historisch in Fourier-Reihen (ebene Wellen) entwickelt. In unserer Zeit wurde durch die Entwicklung nach Wavelets (d.h. lokalisierten Wellen) ein beachtlicher Fortschritt erzielt.